

Matematika

A tanulmányt készítette: Somfai Zsuzsa

Hogyan, mire használják a matematika tanárok a tankönyvet?

A matematika tanításának egyik legfontosabb célkitűzése a tanulók rendszerezett, tudatos és eredményes problémamegoldó gondolkodásának minél hatékonyabb fejlesztése. Ez a gondolat egyaránt megjelenik a tanügyi dokumentumokban, a szaktanárok deklarált alapelveiben, és meghatározó a mindennapi tanítási gyakorlat eljárásai szempontjából is. A cél megvalósítási folyamatában mai napig a leginkább használt tanítási segédeszköz a tankönyv. Ezt annak ellenére megállapíthatjuk, hogy az egyes tanárok tankönyvhasználatában nagyon különböző módokkal találkozhatunk. Máig van olyan matematika tanár, aki arra büszke, hogy a tanítványai nem használják tankönyvet, minden szükséges tudnivaló a tanulók füzetében gyűlik össze. Van, aki nem igényli, hogy a tanítási-tanulási folyamat állomásai a tankönyvben megjelenjenek, a tankönyvet csak lexikon és példatár jelleggel, a megtanult, vagy megkereshető ismeretek lelőhelyeként használtatja tanítványaival. Végül vannak azok a tanárok és tanítványaik, akik számára a tankönyv állandó munkaeszköz, a matematika eredményes tanulásának egyik fontos összetevője.

A tankönyvek készítésekor, valamint bírálata, elemzése során a legelső annak a tudatos eldöntése, hogy a két utóbbinak felsorolt megközelítési mód közül a szerző(k) melyik felhasználási módhoz készíti(k) a kiadványt.

A matematika tanárokkal folytatott beszélgetések, kérdőíves felmérések, végző matematika tanár-szakos egyetemi hallgatókkal készített interjúk, valamint saját személyes tapasztalatok is azt támasztják alá, hogy a tanítást

leginkább befolyásoló tényezők a hagyományok, szokások, a kimeneti (vizsga)követelmények, a tankönyvek, és csak ezután a tantervek. Ez a sorrend alátámasztja azt a bevezetőben megfogalmazott megállapítást, hogy a tantervi reformok önmagukban nem tudják átalakítani az iskolai gyakorlatot, és a korszerű, fejlesztő, a tanárok körében is népszerű tankönyvek szerepe nagyon nagy lehet ebben a folyamatban.

A matematika tanításának megújítási folyamata - a tanulók fejlesztését, az ismeretszerzési folyamatban való aktív részvételük szempontjait középpontba helyező szemlélet - az 1970-es évektől, Varga Tamás nemzetközi elismerést kiváltó tevékenységének éveitől kezdve tartalmazza ugyanazoknak az elveknek a középpontba állítását, amelyeket a különböző műveltségi területek tanításában használt tankönyvek elemzéséhez közös szempontként - mint legfontosabbakat - meghatároztunk.

Elsőként áttekintjük, hogy a tankönyvek közös vizsgálati szempontjaiként megfogalmazott kilenc fontos követelmény, illetve a hiányukból keletkező probléma-típus helyzete hogyan alakul a matematika tantárgyi specifikumainak figyelembe vételével.

Tisztában vagyunk azzal, hogy ezeknek a szempontoknak a rögzítése leszűkítheti egy-egy kiadvány árnyalt elemzésének a lehetőségét, mégis úgy gondoljuk, hogy a közös megközelítési szempontok érvényesítése szakszerűbbé, objektívabbá, összemérhetőbbé teszi az egyes kiadványok megítélését.

I. Probléma-típusok megjelenése a matematika tanításában, a matematika tankönyvekben

1. Nem tükrözi a megváltozott társadalmi igényeket

A matematikai kompetenciák közül az egyik legalapvetőbb a számolási képesség, az alapvető műveleti tulajdonságokra épülő összefüggések felhasználásának képessége. Ez a követelmény felveti a zsebszámológép használatának helyét a matematikai nevelésben.

A zsebszámológép jelenléte feleslegessé teszi régebben tanított algoritmusok (pl. a négyzetgyökvonás) szerepeltetését a tananyagban, a korábbinál kevesebb jártasságot igényel a négy alpművelet elvégzésében bonyolult számadatok esetén. Ugyancsak feleslegessé vált a függvénytáblázat használatának sulykolása a középiskolában. Elegendő a felépítésük elvét megértetni a tanulókkal a függvényszemlélet fejlesztésének folyamatában, a számításokat zsebszámológép felhasználásával lehet elvégezni. A matematika tantervek tartalmazzák a zsebszámológép használatának megismertetését a 7. évfolyamon a számtan, algebra nagy témakörben, a 8. évfolyamon ugyancsak a számtan algebra témakörben, valamint a geometriai számítások elvégzésével összefüggésben. A tanítási gyakorlat tarka képet mutat ebből a szempontból. A szaktanárok egy része valóban feladatának tekinti ezeknek az ismereteknek a tanítását, másik részük úgy gondolja, hogy a tanulók praktikus érdekeiknél fogva maguktól is rájönnek, vagy egymástól megtanulják, hogyan és mire használhatják tanulmányaikban a zsebszámológépet. Elvértve, de még vannak olyan tanárok is, akik tiltják, hogy a diákok zsebszámológépet használjanak. Őket nyilván a számolási készség fontosságának a rosszul értelmezett hangsúlyozása vezérli.

A matematika tankönyvek ugyancsak bizonytalansággal, és lényegében a tanítási gyakorlathoz hasonlóan nagyon különbözően kezelik a zsebszámológép használatának kérdését. Az eszköz korai, vagy kizárólagos

használata a számfogalom, a műveleti fogalmak kialakulásának, a mennyiségi viszonyok érzékelésének folyamatát akadályozhatja. Okos, célszerű használatát tudatosan, a jó arányokat megtalálva a matematikai nevelés szolgálatába kell és lehet állítani. Ezt a törekvést a tankönyvi feldolgozásoknak is tükrözniük kell.

A matematikai nevelés *a mindennapi életvitelhez szükséges problémahelyzetek* kezelésének megtanításához sokféle módon kapcsolódik. A hatékony matematikai nevelés egésze ahhoz járul hozzá, hogy a tanulók képesekké válnak különböző problémák önálló, logikus átgondolására és megoldására. Ezek a képességek a matematikában megismert gondolkodási mód transzferje során szilárdulhatnak meg. Sokkal közvetlenebb a kapcsolat az ismeretszerzés és a mindennapi problémák között a matematikai fogalmak, összefüggések tapasztalati megalapozásának időszakában. Sem a szakmódszertan művelői, sem a tankönyvszerzők körében nincs vita arról, hogy az általános iskolai matematikatanítás csak úgy lehet hatékony, ha az ismeretek közvetítése a tanulók mindennapi életéből, környezetéből vett tapasztalatokra, tárgyakkal való manipulációjára épül. Ezt a didaktikai alapelvet a tankönyvek mind követik. *Abban van a különbség az egyes kiadványok között, hogy milyen gyorsan, vagy mennyire fokozatosan jutnak el az általánosításhoz, térnek át az elvont tárgyalásra.* Ha ez túl hamar történik, akkor az átélt, megértésen alapuló tanulás helyét a lemaradás, majd a tanulástól való elfordulás veszi át. Ilyenkor természetesen kevésbé, vagy alig hatékony a meglévő ismeretek mindennapi helyzetekben való felhasználásának képessége. A hiányos matematikai ismeretek akadályát jelentik a modellalkotásnak, ezzel az alkalmazásnak. Véleményem szerint a PISA mérés gyenge eredményei mögött a matematikatanítás szempontjából ezek az előbb leírt gondok lelhetőek fel.

Más a helyzet a középiskolai matematikatanítás területén a mindennapi problémák kezelésének segítése szempontjából. Ezeken az évfolyamokon már nem elsősorban a fogalmak, összefüggések megértésének alapját

képezik a mindennapi problémák, hanem kifejezetten alkalmazásról lehet szó. *A megértett és megtanult matematikai ismereteket kell hozzáilleszteni a felvetődő problémához, tehát a matematikai modellt megkeresni és használni a mindennapi helyzetekben.* Mint látható, a gondolkodási folyamat összetett, és sok olyan tanuló van, aki ezeket a fokozatokat nem tudja bejárni. (Gyakran nem is akarja, mert nincs hozzá motivációja.)

A matematika tankönyvek az alsó tagozaton és a felső tagozat első két évében véleményem szerint jól megvalósítják a mindennapi élettel, problémákkal való kapcsolat szükséges vonatkozásait. A hetedik és a nyolcadik évfolyam tankönyveiben ebből a szempontból egyenetlenség tapasztalható. A középiskolai könyvek pedig a mindennapi élettel való kapcsolat keresése, a gyakorlati alkalmazás iránti külső igényt tapasztalva igyekeznek ennek az igénynek megfelelni. Ennek a törekvésnek az eredménye sokféle. Van példa arra is, hogy a gyakorlati megközelítést, alkalmazás-központúságot tudatosan vállaló, azt középpontba helyező tankönyvsorozat születik (Ráció könyvek, Matematika 5-12, sorozatszerkesztő dr. Vancsó Ödön). Vannak olyan középiskolai tankönyvek, amelyek a tantervi témák feldolgozásában egy-egy téma bevezető problémájaként, kidolgozott feladatokban, valamint a megoldásra kitűzött feladatokban érvényesítik ezt a szempontot is. Előfordul a gyakorlati alkalmazást csak formális követelményként érvényesítő, erőltetett, vagy ál-gyakorlati feladatokat szerepeltető kiadvány is.

A forgalomban levő matematika tankönyvek nem adnak sem ötletet, sem inspirációt a tanulók együttműködésén alapuló, csoportmunkában végezhető feladatokhoz. Ahol ilyen munkára sor kerül, ott a szaktanár innovatív hozzáállása és saját ötletessége áll csak rendelkezésre.

2. A tankönyvek elavult tanítási és tanulási stratégiát közvetítenek

A szó klasszikus értelmében vett matematika munkatankönyv tudomásom szerint jelenleg nincs forgalomban a tankönyvpiacra. A műfaj nem ismeretlen a magyar matematikatanítás történetében, hiszen a 70-es években M. Bartal Andrea és Pálfalvy Józsefné - mindketten Varga Tamás tanítványai és módszerének értő, tudatos követői –középiskolások számára négy évfolyamos matematika munkatankönyvet írtak. A tankönyvsorozat használata azonban nem terjedt el széles körben, és ma már egyáltalán nem használják.

Ennek egyik oka az volt, hogy ezek az alapjában nagyon értékes és korszerű módszertani elképzelést megvalósító első munkatankönyvek még javításra, a módszer finomítására szorultak. A visszautasításban döntő tényezőként szerepelt a tanároknak a munkáltató módszer alkalmazására való felkészületlensége, valamint a matematika óraszámok csökkenése. *Az jogos gondja volt a matematika tanároknak, hogy a rendelkezésre álló idő a tantervi követelmények tananyagmennyisége mellett nem tette lehetővé, hogy a tanítás nagy részében a tanulók önálló munkájára építő munkáltató módszert alkalmazzanak.*

A másik jelentős állomás a munkáltató matematikatanulás kifejlésének útján szintén Varga Tamás módszerének továbbfejlesztése, Pósa Lajos és munkatársai módszertani kísérlete és az ahhoz készített tankönyvcsomag füzetei ugyancsak középiskolák számára. Az anyagoknak a felépítését az jellemzi, hogy az ismeretek a tanulók által megoldott feladatokon keresztül épülnek fel, az új fogalmak bevezetésének szükségessége ezek során mutatkozik meg, és így sejtik meg, majd igazolják a tételeket. Sok lelkes követő tanár bekapcsolódása ellenére ezek az anyagok sem terjedtek el számottevő mértékben.

Ha ezeket az előzményeket tekintjük, akkor azt kell mondani, hogy *a matematikatanár társadalom többsége nem fogadóképző a munkáltató tanítási módszerrel szemben.* Ugyanakkor a tankönyvek is, a tanítási gyakorlat is

lépett előre a tanulói aktivitásra építő, munkáltató matematikatanítás elterjedésében az elmúlt évek során.

A forgalomban levő felső tagozatos matematika tankönyvek között több olyan van, amelyik a tananyag feldolgozásába bevonja a tanulókat (pl Apáczai Kiadó, Nemzeti Tankönyvkiadó)

A középiskolai tankönyvek nem zárják ki ennek a módszernek az alkalmazását, de nem adnak kifejezett segítséget sem a tanulónak, sem a tanító tanárnak a munkáltató tananyag-feldolgozás alkalmazásához.

Teljesen hiányzik a tankönyvekből a projekt-módszer alkalmazását lehetővé tevő kínálat megjelenítése.

A matematika tantárgy belső sajátosságainál fogva a tanult ismeretek alkalmazását alapvető fejlesztési feladatnak tekinti és minden tankönyv tartalmának természetes része a matematikán belüli, vagy más területen való alkalmazások szerepeltetése, illetve ennek elvárása a tanulóktól.

3. A tankönyvekben nem érvényesül kellően a tanulói nézőpont

A matematika egyik jellemzője, hogy szimbólumainak segítségével nagyon tömören képes gondolatokat megjeleníteni. A matematika tanulása során komoly akadály a megértésnek, ha valaki ezeknek a szimbólumoknak a jelentésével nincs kellően tisztában. A másik nagy probléma, hogy a tömör matematikai gondolatoknak a természetes nyelven való szakszerű, pontos megfogalmazása általában csak többszörös birtokviszonyokat tartalmazó, esetleg összetett mondatok segítségével lehetséges. *Azoknak a tanulóknak az esetében, akik az olvasott köznapi szövegek megértésében is komoly nehézségekkel küzdenek, szinte reménytelen a matematika tankönyvek használata.* A tartalmi pontosság, a szakszerűség szem előtt tartása és fontos szempontként való érvényesítése azt eredményezi, hogy *a matematika tankönyveknek általában nagyon nehéz a stílusa.* Lehet találkozni olyan

tankönyvekkel, amelyek orvosolni próbálják ezeket a problémákat, de a rokonszenves törekvések könnyen torkollnak szakmai pontatlanságba, vagy csak feleslegesen próbálnak könnyedek lenni.

Mivel a logikai felépítés a matematikában alapvetően fontos, a tantárgy jellege segíti, hogy a matematika tankönyvek általában megfelelőek abból a szempontból, hogy a megértéshez különösen szükséges, vagy ebből a szempontból kritikus gondolatokra felhívják a tanulók figyelmét.

A tanulói nézőpont hiánya a megértés segítése terén abban nyilvánul meg a matematika tankönyvekben, hogy a matematikai tartalom szerint indokolt lépések leírásánál akár egy tétel levezetésében, akár kidolgozott feladat esetén *a megoldás ismertetésében nincs arról említés, hogy miért pont azok a lépések fontosak, amelyeket a leírás tartalmaz.*

Az említett jelenséget a tanulók úgy szokták panaszkodni, hogy megértik ők a leírt gondolatokat, de maguktól azok így soha nem jutnának eszükbe. Az elemző szakember ezt úgy fogalmazza, hogy *nem a matematikai gondolkodást, hanem csak a matematikai gondolatot jeleníti meg ilyenkor a tankönyv.* A probléma megoldásának keresése átvezet a következő probléma-típushoz.

4. A tankönyvek nem segítik eléggé a tanulói aktivitást és az értelmes tanulást

Az iskolának sok új kihívással kell megküzdenie a tanulók figyelmének elnyeréséért és fenntartásáért annak érdekében, hogy a képességfejlesztés eredményes lehessen. Ez azt jelenti, hogy semmiképpen nem mondhat le az oktatás, és az azt segítő tankönyvek sem arról, hogy figyelembe vegyék és támaszkodjanak a rendelkezésre álló tanulás-lélektani eredményekre.

A tanulók motivációja, és ezen keresztül a hatékonyság szempontjából is *alapvető, hogy a tanítás, a tankönyvek használata módot adjon a*

tanulóknak arra, hogy a tanultakat saját élményeikkel, tapasztalataikkal összekapcsolják, folyamatosan reflektáljanak a tanultakra. A tanulói aktivitás ösztönzésének és értelmes tanulási módszerek alkalmazásának a matematika tankönyvekben korosztálytól is függően többféle módja lehet.

A felső tagozatos tanulók számára élményszerűvé, az iskolán kívüli tevékenységükhöz közelebb állóvá válik a tananyag, ha *játékok, rejtvények, tréfás kérdések* tartoznak hozzá. A forgalomban levő tankönyvek között több is beépítette a tananyagába ezeket a munkaformákat.

A matematika tanításának egyik nagyon fontos fejlesztési területe a helyes mennyiségi és számfogalom kialakításával összefüggésben *a tanulók becslési képességének kialakítása.* Ez a kompetencia a mindennapi élet problémáinak megoldásában való jártasságnak is része. A becslési képesség fejlesztését a tankönyvek úgy is szolgálhatják, ha a számolások eredményét tankönyvi kérdések alapján a tanulók összevetik saját személyes tapasztalataikkal. Erre csak ritkán találunk példát a tankönyvekben.

A középiskolás korosztály számára a matematikában tanultak személyessé tételét a szereplő feladatok jó megválasztása szolgálhatja. Itt is megjegyezzük, hogy a tanulók a középiskolai évek során szétválnak a matematikával kapcsolatos további céljaik szerint. A matematika iránt érdeklődők számára motiválóak és az érdeklődést biztosítják a matematikán belüli problémák, az igényes alkalmazások. *A matematikából kevésbé érdeklődők számára a felnőtt világ jelenségeihez, vagy a diákélethez, szabadidős tevékenységükhöz kapcsolódó témák matematikai modellezése jelentheti a személyes kapcsolódást.* Gazdasági, társadalmi jelenségekkel, sportversenyekkel, zenei eseményekkel kapcsolatos problémák megoldása sorolhatók ide. A középiskolai tankönyvek megpróbálnak mindkét felsorolt csoport számára ugyanabban a tankönyvben kínálatot biztosítani, ami meggyőződésem szerint ebből a szempontból is csökkenti a tankönyv használatának hatékonyságát.

5.-6. A tankönyvek inkább szakkönyvek, mint tankönyvek, túl sokat markolnak az ismeretekből

Az a probléma, hogy a tankönyvek inkább szakkönyvek, mint tankönyvek, a jelenleg szélesebb körben használt általános iskolai matematika tankönyvek esetében nem számottevő, a középiskolai tankönyveknél igen. Ez utóbbiak egy része ugyanis változatlanul abból az alapállásból indul ki hallgatólagosan, hogy az érettségit adó középiskolás tanulók számára a pontos szakmai tartalom és a jól érthetőség követelményét kell „csupán” egy tankönyvnek teljesíteni, egyéb didaktikai és tanulás-lélektani szempontok érvényesítésére nincs szükség. Ilyen esetekben *elmaradt annak a megváltozott közoktatási helyzetnek a tudomásul vétele, hogy az érettségit adó középiskolákba ma már a korosztály kb. 70%-a bekerül, és ezek között a tanulók között csak kevés az olyan mértékig tanulásra motivált, mint amelyet a szakkönyv jellegű tankönyvek használata feltételez.* Különösen nehéz és kétséges kimenetelű feladat a korábban forgalomban levő tankönyvek átdolgozásakor a most tárgyalt szempontot érvényesíteni. *A probléma területén ugyanakkor a közelmúltban történt előrelépés.* Nem részletes analízisre támaszkodva, hanem csak az utóbbi néhány évben a tankönyvi forgalomba bekerült újonnan összeállított középiskolai tankönyveket elolvasva azt tapasztaltam, hogy ezek mindegyike törekedett valamilyen módon a motiválásra, a szakkönyvi jelleg oldására.

Megoldatlan ugyanakkor a tananyag mennyiségének, korszerű feldolgozásának és a matematikai neveléshez rendelkezésre álló időnek az összeegyeztetése. Ebben egyáltalán nincs összhang a tankönyvekben sem a felső tagozaton, sem a középiskolában.

Véleményem szerint a tankönyvek területén itt egy igen összetett, egyenlőre megoldatlan közoktatási probléma egyik vetülete mutatkozik meg. Az utóbbi másfél évtizedben a matematika tantárgy a felhasználók körében (szülők, diákok, munkaerőpiac, általában a közvélemény) fontosságának megítélése szempontjából megtartotta, vagy inkább megerősítette pozícióit.

Ennek ellenére csökkent a matematika tanítására fordítható idő, csökkentek az óraszámok. A tantervek, tantárgyi programok készítőiben és a matematika tanárok vélekedésében egyaránt egy kettősség van jelen. Sokan tisztában vannak azzal, hogy a megváltozott viszonyoknak megfelelően *szükség van a tananyagban az ismeretek mennyiségének jelentős csökkentésére, de nem sikerült kialakítani olyan szakmai konszenzust, ami ennek a csökkentésnek alapelve legyen.* Mindezek mellett komolyan munkál a magyar matematikai nevelés jó hagyományinak, nemzetközileg is elismert értékeinek az elvesztése iránti aggodalom, a színvonal csökkenésétől való félelem is. Jelenleg tehát annak ellenére, hogy nincs olyan elméleti szakember, sem gyakorló tanár, aki elvekben ne fogadná el, hogy a tanulók többségének a fejlesztése szempontjából a kevesebb ismeretre, de több tanulói aktivitásra, alaposabb megértésre való törekvés elve a hatékonyabb, ennek az elvnek a gyakorlatba való átültetése érdekében nem történtek meg a szükséges lépések.

7. Esetleges a tankönyvek fogalmi rendszere és tevékenységrendszere

A matematikai ismeretek szoros egymásra épültsége a szakmai tartalmukban megfelelő kiadványok esetében biztosítja, hogy a használt fogalmi rendszer összefüggő, logikus rendszert alkosson. A használatban levő tankönyvek mindegyike megfelel a szakmai követelményeknek, így *a fogalmi rendszer esetlegességének a problémája a matematika tankönyveknél nem jelentkezik.* Szintén a matematika szaktárgy jellegéből következik, hogy a szereplő fogalmak értelmezése, később definiálása nem maradhat el. Ezen a területen *a matematika tankönyvek használhatóságát az alacsonyabb évfolyamokon az nehezítheti, hogy túl korán tér át a tankönyv a formális logikai felépítésre.* Ilyenkor a tanulók többsége számára életkori sajátosságaik, gondolkodásuk absztrakciós szintje alapján indokolatlanul definiál a tankönyv olyan fogalmakat, amelyeknek a tartalma a használatból a tanulóknak magától

értetődő, nem félreérthető. *Ezzel a jelenséggel találkozhatunk a forgalomban levő tankönyvi kínálatban.*

Érzékeny egyensúly megteremtéséről van itt szó a közérthetőség és a matematikai pontosság között. Fokozatosan kell kialakítani a tanulóknál a pontos fogalomhasználat igényét, hiszen ez a matematikai gondolkodás lényegéhez tartozik. Ha nem sikerül ebbe a folyamatba bekapcsolni őket, akkor a többség kívül marad a matematika-tanulás lényegén, elutasítja, vagy értelem nélküli passzív befogadója lesz csak. Amikor ezeket a gondolatokat megfogalmazzuk, akkor *azt feltételezzük, hogy a tankönyv nem csak a matematikai gondolatot, hanem a matematikai gondolkodás folyamatát is közvetíteni akarja a tanulóknak.*

Nagyon lényeges a matematika tankönyvek használhatósága szempontjából, hogy milyen feladat-összeállításokat szerepeltetnek. A megvalósítás módjai műfaji, könyvészeti tulajdonságukban és tartalmukban egyaránt eltérhetnek egymástól. A jelenlegi gyakorlat többféle változatot megjelenít. Mindegyik tankönyv tartalmaz kidolgozott feladatokat és a tankönyvi fejezetek végén kitűz önálló tanulói megoldásra több, vagy kevesebb feladatot. Az így kitűzött feladatok mennyisége elsősorban attól függ, hogy tartozik-e a tankönyvhöz külön munkafüzet, példatár, vagy nem. Az esetek többségében igen.

Akár a tankönyvi fejezethez csatlakozva, akár önálló munkafüzetben, vagy példatárban jelenik meg egy feladatsor, mindegyik esetben fellelhető az a törekvés, hogy fokozatosan nehezedő sorrendben szerepeljenek a feladatok. Ez a tanulók által saját tapasztalatból is észrevehető felépítés az esetek többségében segíti őket abban, hogy gyakorláshoz, tudásuk biztosabbá tételéhez önállóan is megfelelő feladatokat válasszanak. A tankönyvekben szereplő feladatok nem, de a példatárak összeállításai kiegészülnek végeredményekkel, megoldás-vázlatokkal, vagy megoldásokkal. Ez jó és szükséges a használhatóság szempontjából.

A példatárak többsége és néha a tankönyvek is különböző tipográfiai jelekkel megkülönböztetik nehézségi fokozat szempontjából a szereplő

feladatokat. Általában három nehézségi fokozattal találkozhatunk, de van olyan kiadvány is, amelyik csak a nehéznek, összetettnek minősített feladatot jelöli meg.

Előfordul, hogy egy-egy feladat nehézség szerinti besorolása nem megfelelő. Az újonnan megjelentetett példatárak esetében a gyors munka lehet ennek a hátterében, de a probléma nem tömegesen fordul elő.

Sokkal inkább bizonytalanság forrása a tankönyveket, példatárakat használó pedagógusok körében a tantervi, illetve kimeneti (érettségi) követelményeknek való megfelelés kérdése a kitűzött feladatok szempontjából.

A felső tagozat területén a NAT fejlesztési követelményein túl nem fogalmazódik meg más közös követelmény, az egyes tantárgyi programok készítőire, illetve a programok alapján elkészített *tankönyvek, példatárak szerzőire van bízva a követelményeknek tartalommal való megtöltése.* Ahhoz, hogy ez jól működjön, és a sokféleségen belül a szükséges közös rész megnyugtatóan kialakuljon a követelményekben, feltétlenül *szükség lenne rendszeres szakmai konzultációkra, tapasztalatcserére. Ennek a rendszere pillanatnyilag teljesen hiányzik.*

Ez az általános bizonytalanság megnehezíti, esetleg lehetetlenné teszi a tankönyvek, példatárak megbízható analízisét is a követelményeknek való megfelelés szempontjából.

Az érettségi részletes követelmények megfogalmazott szakmai tartalmukkal a középiskolás tankönyvek és példatárak számára több támpontot adnak, mint amennyi a felső tagozatos kiadványok szerzőit segíti. Itt is égető hiánya mutatkozik a sokoldalú szakmai tapasztalatcserének a fejlesztők, a tankönyvszerzők és a gyakorló pedagógusok között. Most van az új szemlélet, új követelmények tartalommal való megtöltésének időszaka. Ebben nagy szerepe van a születő új kiadványoknak, példatáraknak. Személyes tapasztalatom szerint nagyon különböző szakmai és módszertani elképzelések jelennek meg ugyanazon címszó megjelenítéseként, de ezek ütköztetésének, vitájának sincs meg a rendszerben működtethető fóruma.

8. A tankönyvek szövegezése nehezen érthető és nehezen tanulható

A tanulói nézőpont hiányával kapcsolatos 3. pontban már részben elemeztük a matematika tankönyvek szövegezésével kapcsolatos nehézségeket. Nem lehet eléggé hangsúlyozni, hogy ezek a nehézségek nem, vagy alig jelentkeznek a matematika iránt fogékony, érdeklődő tanulók esetében. Az alábbiakban megfogalmazandó megállapítások, észrevételek rájuk nem vonatkoznak, a diákok nagy többségének szempontjait figyelembe véve értendőek.

Különböztessük meg. a matematikai szövegekben szereplő szakkifejezéseknek három szintjét:

- a) a mindennapi életben is használt fogalmak (pl. terület, kör)
- b) a művelt közember szintje (pl. összeg, százalék)
- c) speciális matematikai szakszó (pl. logaritmus, diszkusszió)

Ezek a szintek az absztrakció szempontjából is ebben a sorrendben következnek, és természetesen annál nehezebb a tanulók számára a matematikai szöveg megértése, minél több a benne a második és a harmadik csoportba tartozó szakkifejezés.

Véleményem szerint *a fokozatosságot a szakkifejezések használata szempontjából az általános iskola felső tagozatos tananyagában, tehát a tankönyveiben kell biztosítani.* A középiskolai matematikai nevelésnek része a szaknyelv elsajátíttatása, természetesen ide értve a matematikai szimbólumok használatát is. Ennek a korosztálynak a tankönyveiben tehát már indokolt a szaknyelv használata, a megértést és a bevést különböző megjelenítési szintekkel (fotók, rajzok, grafikus ábrázolás) lehet megtámogatni. A forgalomban levő tankönyvek élnek ezekkel az eszközökkel, mint azt az egyik elemzési példa a következőkben majd mutatja.

9. Az illusztrációk a matematika tankönyvekben

Az ábrák, grafikonok előfordulása a matematika tankönyvekben több előző jellemzőhöz hasonlóan a matematikai tartalom lényegéhez tartozik. Az utóbbi években ezek a hagyományos illusztrálási módok kiegészültek fényképekkel, karikatúrákkal, vagy egyéb rajzokkal. Ez utóbbiak matematika-történeti vonatkozásokat jelenítenek meg, gyakorlati felhasználásokhoz kapcsolódnak, segítenek a matematikai modell megtalálásában, vagy az ismeretek bevézésében. Az illusztrációk jellege a tankönyveknek fontos jellemzője, de véleményem szerint a matematika tankönyvek esetén nem jelentkezik problémaként ez a terület.

II. Javaslatok a problémák feltárása érdekében megvizsgálandó jellemzőkre matematika tankönyvek esetén

Az előző részben elemzett probléma-típusok a matematika tankönyvekben nem azonos súllyal jelentkeznek, ezért azoknak a területeknek a vizsgálatára tesztek javaslatot, amelyeket az eredményesebb matematika tanítás-tanulás szempontjából megváltoztatandónak tartok.

A javaslatok felsorolása előtt fontos leszögezni, hogy *a problémák egy részének vizsgálatánál nem szabad az 5-12. évfolyamokat egységesen kezelni, hanem a tennivalókat korosztály, illetve a felhasználóként megjelenő diákok matematikai irányultságától függően árnyalni kell.*

A megváltozott társadalmi igények tükrözésével kapcsolatban vizsgálandó

- a zsebszámológép használatának tanítása a 7. és a 8. évfolyamon, az alkalmazásának szerepeltetése a tananyag feldolgozásában a középiskolában;
- a mindennapi tapasztalatokkal, problémahelyzetekkel való kapcsolat megjelenítése a felső tagozaton a fogalomalkotási folyamatban is, megoldásra kitűzött feladatokban is,
- a gyakorlati életből vett tényleges problémák matematikai modellezése és a problémamegoldás eredményének a gyakorlat nyelvére való visszafordítása a matematikából kevésbé érdeklődő tanulók számára készült kiadványokban,
- kínálat csoportos munkára alkalmas feladatokra.

Az elavult tanítási és tanulási stratégiákkal kapcsolatban vizsgálandó

- munkatankönyv jellegű-e a kiadvány
- alkalmas-e munkáltatásra, felfedeztető tanításra, tartalmaz-e ehhez használható feladatsorokat,
- az algoritmusok gyakoroltatása mellett szerepelnek-e a fogalmak, összefüggések lényegi megértését biztosító, azt ellenőrző kérdések, feladatok, ha igen, milyen arányban,
- szerepelnek-e érdekes, esetleg játékos, váratlan feladatok, ha igen, milyen gyakorisággal.

A tanulói nézőpont érvényesítésével, a tanulói aktivitásra való törekvéssel kapcsolatban vizsgálandó

- motivál-e a kiadvány, ha igen, milyen eszközökkel.,
- milyen eszközökkel segíti a megértést,
- az ismereteket jellemzően nagyobb gondolati egységekben, vagy apró lépésekre tagolva közvetíti,
- a tanuló számára is indokolja a gondolatmenet lépéseit, vagy csak a matematika belső logikájára támaszkodva építkezik,

- elvárja-e a tanulóktól, hogy menet közben reagáljanak a tanultakra (megfogalmaztat-e sejtést, megvizsgáltat-e összehasonlítást, elvár-e konstrukciót, stb).

Az inkább szakkönyv, mint tankönyv jelleg véleményem szerint a középiskola utolsó két évében indokolt a matematikából emelt szinten tanuló diákok számára, de a kiadványnak ezt a jellegét ekkor meg kell fogalmazni.

A matematika tankönyvek szövegezése az egyik legkritikusabb területe a tankönyvek problémáinak. A probléma orvoslása érdekében további lépésekre van szükség, ezekre a tanulmány utolsó részében javaslatot teszek.

III. Néhány példa a tankönyvanalízisen alapuló vizsgálatra

1. vizsgálati minta

A megvizsgált kérdés: Négy hatodik évfolyamos tankönyv összehasonlítása szakmódszertani felépítésük szempontjából egy tankönyvi téma vizsgálatával

Az analizált tankönyvi tananyag: Szorzás törttel

A vizsgálatban szerepeltetett tankönyvek:

Apáczai Kiadó, Matematika 6. évfolyam

Koncept-H Kiadó, Matematika 6.

Műszaki Könyvkiadó, Matematika 6. A változat (szerkesztette Hajdú Sándor)

Nemzeti Tankönyvkiadó, Matematika 6.

A megvizsgált kérdések:

1. Átismétli-e a téma tárgyalásához szükséges előzményeket;
2. Az új témát (szorzás törttel) milyen problémával vezeti be;
3. Van-e kidolgozott feladat a tankönyvben;

4. Milyen a tankönyvben szereplő gyakorló feladatok aránya: A) a megismert algoritmus begyakorlása, B) problémamegoldás (is) –inverz gondolat felhasználásának szükségessége, tevékenykedtetés;

5. Tartozik-e feladatgyűjtemény a tankönyvhöz.

Kiadó	Átismétli-e az előzményt	Téma bevezetése	Van-e kidolgozott feladat	Gyak. feladatok aránya	Van-e példatár
	1.	2.	3.	4.	5.
Apáczai	igen	Veteményeskert	Igen	A)25%, B)75%	Igen
Konsept-H	Igen, néhány kérdéssel	Iskola tanulólétszáma	Igen	A)33% B)67%	Igen
Műszaki	igen	Téglaalap területe	Igen	A)15% B)85%	Igen
NTK	igen	Téglaalap területe	igen	A)25% B)75%	igen

A táblázat adatai a megvizsgált kérdésre választ adnak, ebből a szempontból informálnak a szerepeltetett tankönyvekről. Egyéb szempontok vizsgálata nélkül úgy tűnhet, hogy a négy tankönyv nagyon hasonló egymáshoz, pedig akár egy gyakorló tanár, akár egy szakdidaktikus kezébe veszi a négy megvizsgált tankönyvet, különbözőnek ítéli őket. Ez azt jelenti, hogy a tankönyvek egészére vonatkozó összehasonlításához több szempontot be kell vonni az analízisbe. Ezek közül legfontosabbnak és a taníthatóság, tanulhatóság szempontjából leginkább meghatározónak tartom a nyelvi, kommunikációs szempontok vizsgálatát.

2. vizsgálati minta

A megvizsgált kérdés: Hogyan jeleníti meg a tankönyv a tanulói nézőpontok bizonyos vonatkozásait.

Az analízisbe bevont tananyag: Áttérés más alapú logaritmusra (11. évfolyam)

A vizsgálatban szerepeltetett tankönyvek:

Mozaik Kiadó, Sokszínű matematika 11

Műszaki Könyvkiadó, Ráció könyvek, Matematika 11

Nemzeti Tankönyvkiadó, Matematika 11. a gimnáziumok számára

Nemzeti Tankönyvkiadó, Matematika 11. a középiskolák számára

A megvizsgált kérdések:

1. Hogyan veti fel a problémát.
2. A levezetés lépéseihez szerepel-e indoklás, ha igen, milyen formában.
3. A megjegyzés, bevésés segítségének módja.

Kiadó	A probléma felvetése	Levezetés indoklása	Megjegyzés segítése
	1.	2.	3.
Mozaik	A zsebszámológép korlátaival	Képletek használata és szöveges magyarázat	A képlet felírása, majd tréfás, színes ábrán való megjelenítése
Műszaki	A zsebszámológép korlátaival	Képletek használata és szöveges hivatkozás korábbi ismeretekre	Szavakkal, majd képlettel megfogalmazva, sötétebb háttérrel kiemelve

NTK (középiskola)	Megfogalmazza a feladatot	Szöveges magyarázat és képletek használata	A képlet befoglalása a tételeket jelölő szürke mezőbe
NTK (gimnázium)	A logaritmussal számolás érdekességeként	Szöveges magyarázat és képletek használata	A képlet szavakkal való megfogalmazása vastag betűvel

A feltett kérdések, illetve a kapott válaszok alkalmasak a tankönyvekről ösztönösen szerezhető információk elrendezésére, szakszerűbbé tételére, valamint az egyes tankönyvek összehasonlítására is.

További kérdések hozzákapcsolásával természetesen még árnyaltabb kép kapható.

3. vizsgálati minta

A megvizsgált kérdés: Egy tankönyvi részlet feladatanyagának vizsgálata különböző problémátípusokhoz tartozó kérdések szempontjából

A megvizsgált kérdések és a kapott válaszok:

1. Vannak-e kidolgozott feladatok – igen.
2. magyarázza-e a lépések indokait a megoldásokban: igen
3. A tanulói megoldásra kitűzött feladatok között a matematikán belüli problémák aránya 53%, a gyakorlati problémák aránya 47%.
4. A kitűzött feladatokhoz vannak-e végeredmények, vagy megoldáskötet: egyik sincs.
5. Mivel motivál: színes, tréfás ábráival, meglepő, érdekes témájú feladataival, a matematika iránt fogékonyakat nehezebb feladataival, a kevésbé érdeklődőket a gyakorlati problémákkal, rejtvényekkel.

6. Nyelvi megoldás: A szövegezés közel áll a mindennapi stílushoz, képleteket is szerepeltet.

IV. Javaslatok a további tennivalókra a matematika tantárgy szemszögéből nézve

Az eredményesebb és a kor követelményeinek jobban eleget tevő matematikai nevelés érdekében a tankönyvek vonatkozásában is fontos tennivalók vannak. Ezek egyik része jelentősen túlmutat a tankönyvhasználat kérdésein, azoknak csak egyik oldalát jelenti.

A tanítandó ismeretek mennyiségének, a tantervek tartalmi követelményeinek kérdése matematikából nem elrendezett. A korszerű, hatékony tanulási-tanítási eljárások alkalmazásának szükségessége, a megváltozott tanulói arányok az érettségit adó középiskolákban, a tankönyvkínálat folyamatos bővülése *széles körű szakmai konzultációt tesz szükségessé* ezzel kapcsolatban a folyamat sok szereplőjének (tantervkészítők, fejlesztők, szakdidaktikusok, tankönyvkutatók, kiadók, tankönyvszerzők) részvételével.

A tankönyvhasználat általam megítélt legnagyobb nehézsége jelenleg az olvasási, szövegértési problémákkal küzdő tanulók ügye. Kétségtelen, hogy a matematikai szövegek tömörsége, a szaknyelv sajátosságai ehhez a gondhoz komolyan hozzájárulnak, de véleményem szerint jelenleg nem rendelkezünk olyan megbízható ismeretekkel, amelyek a probléma megoldásának gyors elintézését lehetővé teszi. A külföldi tapasztalatok nem használhatók közvetlenül, hiszen pedagógiai és pszichológiai szempontok mellett a magyar

nyelv sajátosságait a kérdések megítélése szempontjából feltétlenül tekintetbe kell venni.

A kérdés összetettségére tekintettel a további kutatást ezen a területen matematikus, szakdidaktikus, nyelvész és kommunikációs szakember bevonásával kell megszervezni. Semmiképpen *nem köthetők jelen pillanatban egzakt mennyiségi mutatók a matematikai szövegek nyelvi megítéléséhez*, ezzel kapcsolatban a tapasztalat adta összbenyomás megfogalmazására lehet vállalkozni. Ez a megítélés persze fontos, és nem szabad lebecsülni.

A szempontok további árnyalásánál matematikából fontos az életkor szerinti differenciálás, a nyelvi, kommunikációs kérdések megítélésénél pedig a felhasználóként megcélzott csoport matematikai érdeklődésének szintje. Ez utóbbi miatt *aggályosnak tartom azt a jelenlegi gyakorlatot, hogy a középiskola középszintű és emelt szintű érettségire készítő tankönyvei ugyanazok a kiadványok.*